Argonauta 17: 3 –19 (2010)

ベイズ法と生態学

大垣俊一

ベイズの定理とかベイズ主義については、以前から興味があった。当初の私の理解では、ベイズの定理は条件付き確率にもとづく確率の定理。ベイズ主義は、そのベイズの定理を思想的背景とする、帰納論理の一つの発展形態、といったことになる。しかしその後、ベイズ関連の文献を読み進めるにつれ、ベイズ法、ベイズモデルというのは予想外に幅広い分野をカバーしていることがわかってきた。たとえば生態学の原著論文を見ると、熱帯雨林伐採の鳥、哺乳類への影響（Crome et al. 1996）、蝶の分布と多様度（Golicher et al. 2006）、漁業資源変動（Hammond & Ellis 2002）、島嶼生物相の生物地理（Sanmartin et al. 2008）などいろいろなテーマがベイズ法で研究されている。生態学以外でも、分子遺伝学では妥当な系統樹を推定する一つの方法としてベイズ法があるし（根井・クマー2006）、IT 分野、海難事故の捜索、資産運用からマーケティングへの応用（宮谷 2009）まで、ベイズと名のつく方法の広がりは止まるところを知らない。一体ベイズとは何なのか。

ベイズ法、ベイズモデルという言葉は、ベイズの定理にもとづくすべての分析方法に対して用いられているように見える。しかしこれではあまりに広すぎるので、本稿では生態学に関連する部分に絞って検討する。大ざっぱにいうと、生態学におけるベイズ法は、われわれがこれまで馴染んできた頻度主義統計（帰無仮説有意性検定）の代替手法としての「ベイズ統計」と、ベイズの定理に基く、一つの思想的傾向としての「ベイズ主義」に分かれるようだ。この稿ではそれを踏まえながら、現在の私自身のベイズ法に対する理解を示し、生態学における有効性を考える上での参考に供したい。

条件付き確率とベイズの定理

本論に入る前に、条件付き確率とベイズの定理について述べる。これについては、ほとんどのベイズ法のテキストではじめに説明されているので今さらの感もあるが、以下のすべての基礎であるから避けて通れない。ここでは私なりに理解しやすい表現を心がけ、また海岸生態の事例を取り入れながら紹介してみる。

１．条件付き確率

ベイズの定理は、条件付き確率の発展形である。条件付き確率はひところ高校の数学でも確率の最後に扱われ、応用問題の高度なものにはベイズの定理に相当するものもあった。しかし今のカリキュラムでは省かれている。条件付き確率の構造とは図 1

のようなものである。事象ＡとＢが共に起こる確率 $P(A\cap B)$は、事象Ａが起こる確率 $P(A)$と、Ａが起こったことを前提としてＢが起こる確率 $P(B|A)$の積になる。
$P(B|A)$が、問題の条件付き確率である。

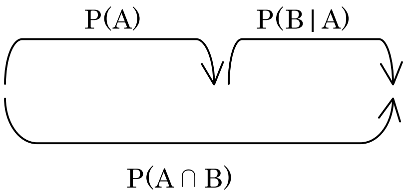

図１．条件付き確率

たとえば 10 本のくじの中に当たりが 3 本、はずれが 7 本あり、A、B 二人が順にくじを引くとする。このとき A が当たりをひく確率

$P(A) = 3/10$　その次に B が当たりを引く確率は､A が当たりを引いた条件の下で B が当たりを引く「条件付き確率」と呼ばれ、

$P(B|A) = 2/9$　一方、全体的に見て A、B 共に当たりを引く確率は、組合せを用いた確率の計算により、

$P(A\cap B) = ({}_3C_1\times{}_2C_1) / ({}_{10}C_1\times{}_9C_1) = (3\times2) / (10\times9) = 1/15$

と計算される。このとき、

$P(A)\times P(B|A) = 3/10\times2/9 = 1/15$　なので、

$P(A\cap B) = P(A)\times P(B|A)$　が成り立っている。

そこで条件付き確率は、移項して

$P(B|A) = P(A\cap B) / P(A)$ …①

この式が、ベイズの定理の出発点になる。

２．ベイズの定理

上の例では先に A が当たりを引くケースだけを考えたが、A、B 共に当たりとなるには、B が先に当たりを引いてもよい。つまり

$P(A\cap B) = P(B)\times P(A|B)$　これを①の右辺に代入し、

$P(B|A) = \{ P(B)\times P(A|B)\} / P(A)$ …②

これがベイズの定理といわれるものである。

さてここで､A→データ（D）､B→仮説（H）とよみかえてみよう。たとえば $P(A|B)$は $P(D|H)$ となり、これは「ある仮説のもとであるデータが得られる確率」と考えることができる。つまり②式は、

$P(H|D) = \{ P(H)\times P(D|H)\} / P(D)$ …③

ことばで説明するとこうなる｡「あるデータが得られたときに、仮説が真である確率 $P(H|D)$（事後確率）は、その仮説があらかじめ有していた確からしさ $P(H)$（事前確率）と、その仮説のもとでデータが得られる確率 $P(D|H)$（尤度, ユウド）の積を、データが得られる確率 $P(D)$で割ったものである」。

くじを引くとか､箱から色のついた玉を取り出すというような具体的事象の確率を、

そのまま仮説の確率などというあいまいなものに読みかえてよいのか、という疑問は、おそらく正当なものである。つまり「仮説の確率」などというものはありえない、という強い主張があるからだ（確率の客観説）。それについてはのちにふれるが、いずれにしろ②式を③式に読みかえたことにより、純粋な数学的計算規則としてのベイズの定理は、微妙に思想的な色合いを帯びてくることになる。

ところで、仮説の確からしさ P(H)とか、仮説の下で何らかのデータが得られる確率 P(D|H)というのはなんとなくわかるが、データの確率 P(D)というのは何だろうか。それを明らかにするために、背反仮説という考え方を取り入れ、次いで P(D)を含めた全要素を具体的に計算する例を示す。まず、仮説 H に対し、それと背反な仮説 H' を考えると、

$$P(D) = P(H)\times P(D|H) + P(H')\times P(D|H') \quad \cdots ④$$

つまりデータの確率 P(D)とは、ある仮説が正しい場合に、そのデータが得られる確率 P(H)×P(D|H)と、正しくない場合にそのデータが得られる確率 P(H')×P(D|H')の和、つまりすべての場合を考慮して、そのデータが得られるであろう確率ということになる。ゆえに P(D)を、「データの期待度」と呼ぶことがある。たとえば赤玉と白玉をいくつかずつ入れた箱 A と B があって、どちらかから 1 つの玉を取り出すとき、それが白玉である確率は、A から取り出して白になる確率と、B から取り出して白になる確率の和になる。そこで④を③に代入し、

$$P(H|D) = \{ P(H)\times P(D|H)\} / \{ P(D) = P(H)\times P(D|H) + P(H')\times P(D|H') \} \quad \cdots ⑤$$

さらに、もしも仮説の状態が単に本仮説と背反仮説というように 2 つだけでなく、3 つ以上あったとしても（箱と玉の例でいうと、箱がたくさんあって、そのどれかから玉を取り出す場合）、同様に考えることができる。一般的にいうと、データを得た後の仮説、たとえば H_1 の確からしさは、

$$P(H_1|D) = \{ P(H_1)\times P(D|H_1)\} / \Sigma \{P(H_i)\times P(D|H_i)\} \quad \cdots ⑥$$

この式はベイズ統計の出発点であり、のちに再登場する。

３．ベイズの定理の応用例：「ヒバリガイモドキを食ったのはだれだ？」

ベイズの定理の実用例として、次のような問題を考えてみる。ある海岸の、付着性二枚貝ヒバリガイモドキの 1 個体が、アクキガイ科巻貝による穿孔を受けて捕食されているのが発見された。周囲でそのような摂食をする種として、イボニシとシマレイシダマシが見られ、密度を調べたところ、比率はイボニシが 0.8、シマレイシダマシが 0.2 であった。そこでこの段階で、イボニシが穿孔した可能性を 0.8 とした（事前確率）。しかし両種とも、穿孔だけで二枚貝を摂食するのではなく、殻の合せ目から吻を入れるなど、ほかの方法も採用する。そこでこれらの種がヒバリガイモドキを食うに当って穿孔する割合を室内飼育で調べたところ、イボニシは 0.1、シマレイシダマシは 0.7 の値を得た。以上をふまえて、当のヒバリガイモドキ個体が、イボニシによって食われた可能性はどれほどか。

この問題は、式⑤によって解くことができる。まず式中の各項を、次のように定義する。

H：穿孔はイボニシによって行われた（仮説）

H'：穿孔はシマレイシダマシによって行われた（背反仮説）

P(H)：穿孔がイボニシによるとして、あらかじめ想定された確率（事前確率）…0.8

P(H')：穿孔がシマレイシダマシによるとして、あらかじめ想定された確率（事前確率）…0.2

P(H)と P(H')の値は、ここでは現場密度から推定したが、過去に同様の研究があればその値を援用することもできるし、全く情報がなければとりあえず 0.5 ずつを割り振ってもよい。そのため事前確率は主観確率とも呼ばれる。さらに、

P(D|H)：穿孔がイボニシによると仮定した場合の穿孔率 …0.1

P(D|H')：穿孔がシマレイシダマシによると仮定した場合の穿孔率 …0.7

これらを式⑤に代入し、穿孔についての野外観察（データ, D）をふまえて、当のヒバリガイモドキがイボニシによって摂食された可能性 P(H|D)は、

$P(H|D) = 0.8\times0.1 / \{0.8\times0.1 + 0.2\times0.7\} = 0.36$　36%の確率となる。

これは、従来型の帰無仮説有意差検定（以下、H_0-P 型と表現）に慣れた感覚からは、まことに奇妙な分析に映る。H_0-P 型は常に母集団を想定するので、ある 1 個体に対する穿孔者の可能性を考えるという枠組みは存在しない。それが得意とするのは、2 つの個体群のサイズ差を、それぞれからサンプリングした複数個体のサイズから評価する、といったケースである。この例でも、イボニシとシマレイシダマシではどちらが穿孔によって摂食する率が高いかとか、イボニシは穿孔型と非穿孔型のどちらを多く採用するか、というような分析ならば、H_0-P 型で可能だ。だからこうしたテーマについては、それらを組み合わせて間接的に推論するしかないと思われる。しかし、海岸で見かけた穿孔痕のあるヒバリガイモドキが何によって食われたかを推測することも、一つの興味ある問題である。ベイズ法は、そのような問いに直接的な答えを与える。

しかしそれにしても気になるのは、主観確率ともいわれる事前確率の決め方である。0.8, 0.2 でもよいし、情報がなければ 0.5, 0.5 でもかまわないという、このいいかげんさ(?) はどうであろう。それによって結果の値が変わるわけだから、客観性を信条とする科学の分析で、そんなことが許されるのかという疑問がわいてくる。そしてベイズ法に対する最大の批判もこの点にある。それに対するベイズ法の側からの一つの答えは、はじめは主観から出発しても、データを加えることによって事後確率が変更、客観化され、それをくり返すことで真の仮説を指示しうるというものである。次にその点を検討してみる。

４．データの蓄積による結論の統一

今、A の箱に赤玉 3 個、白玉 1 個、B の箱に赤玉 1 個、白玉 3 個が入っていることがわかっているとする。このどちらかを選び（どちらであるかは不明）、あとはその箱だけから玉を一つ取り出して色を調べては元にもどす、という作業をくり返す。そして多数回の試行を経て、箱が実はどちらであったかを推定する、という作業を考え

てみよう。式⑤で H を H_A、H' を H_B に置きかえ、

$P(H_A|D) = \{P(H_A)\times P(D|H_A)\} / \{P(D) = P(H_A)\times P(D|H_A) + P(H_B)\times P(D|H_B)\}$

この式をもとに考える。各項目の定義は、 …⑦

H_A : 箱は A である（仮説）

H_B : 箱は B である（仮説）

$P(H_A)$: 選んだ箱が A である確率（事前確率、初回は 1/2 を与える）

$P(H_B)$: 選んだ箱が B である確率（事前確率、初回は 1/2 を与える）

D : 取った玉の色

$P(D|H_A)$: 箱 A から取った場合の、その色が出る確率（赤は 3/4、白は 1/4）

$P(D|H_B)$: 箱 B から取った場合の、その色が出る確率（赤は 1/4、白は 3/4）

$P(D)$: その回の状況下で、当の色が出る確率

$P(H_A|D)$: 出た玉の色をふまえて、箱が A である確率。これはたとえば 1 回目で赤なら 1/2×3/4 + 1/2×1/4、1 回目で白なら 1/2×1/4 + 1/2×3/4 のように計算する。

1 回目の試行で赤玉が出た場合、箱が A だった確率は、式⑦により

$P(H_A|D) = (1/2\times 3/4) / (1/2\times 3/4 + 1/2\times 1/4) = 3/4$

赤が出たことにより、箱 A に対して事前に与えられていた 1/2 の確率が、3/4 に上昇したことを意味する。このとき、箱が B だった確率は

$P(H_B|D) = 1 - P(H_A|D) = 1 - 3/4 = 1/4$

そして 2 回目の試行では、1 回目の事前確率の代りにこれらの値、3/4, 1/4 が使われる。1, 2, 3 …回目の試行の前に、箱が A だった確率を P1, P2, P3 …、B だった確率を P'1, P'2, P'3 …で表わすと、玉の色に応じて試行ごとに求められた事後確率が、くり返し次の式で使われ、次のように $P(H_A|D)$ が変化する。1 回目から 2 回目にかけての*, **の印は、それらが付けられた 1 回目の値が同じ印の 2 回目の値として使われたことを示している。

1 回目「赤」

P1 = (1/2×3/4) / (1/2×3/4 + 1/2×1/4) = 3/4*

P'1 = 1－P1 = 1/4**

2 回目「白」

P2 = (3/4*×1/4) / (3/4*×1/4 + 1/4**×3/4) = 1/2

P'2 = 1－P2 = 1/2

3 回目「赤」

P3 = (1/2×3/4) / (1/2×3/4 + 1/2×1/4) = 3/4

P'3 = 1－P3 = 1/4

4 回目「赤」

P4 = (3/4×3/4) / (3/4×3/4 + 1/4×1/4) = 9/10

このように、試行をくり返して赤玉の出現比が 3/4 という、A の箱から予想される値に近づくにつれ、選んだ箱が A である確率は、事前の 1/2 から、3/4→1/2→3/4→9/10 と、変動しながらも 1 に近づく。これは初めに与える事前確率が、0 と 1 以外なら何であっても成立することがわかっている。つまり異なる主観確率から出発しても、デ

ータを投入しつつベイズの定理をくり返し適用することによって修正され、仮説の真実性を検証できるということである。これは次に紹介するベイズ統計、またその背景としての確率の主観説の、有力な根拠となる。

ベイズ統計

一般に生態学の論文でベイズが言及されるときには、ここで解説する統計学としての利用を意味することが多い。ベイズ統計学の開拓者である L J Savage は、すべての有効な統計学は、ベイズの定理を出発点として構成することができると言ったという（宮谷 2009)。実際、これまでわれわれが親しんできた頻度主義による推測統計（母集団からのランダムサンプリングによる標本をもとに、母集団の状態を推測する統計学）の諸手法、たとえば平均値の信頼限界や、平均値間の差の検定、分散分析、回帰相関、分割表による検定などについて、ベイズ統計による対応手法が存在する。ここではまず、頻度主義の各手法が、ベイズ法ではどのように扱われるのかを見てみる。

なお、以下の記述に当っては、ベイズ統計のテキストとして、鈴木・国友（1999)、渡辺（1999)、中妻（2007)、松原（2008)、McCarthy（2009)、宮谷（2009）を参考にした。

１．平均値の信用区間

まず、頻度主義統計の「信頼限界」に対応する、ベイズ統計の「信用区間」を見る。出発点として、1 節の⑤式がある。

$P'(H_1|D) = \{P(H_1) \times P(D|H_1)\} / \Sigma\{P(Hi) \times P(D|Hi)\}$ …再掲⑤

この右辺分母のΣの項は、Hi が平均サイズなどの連続変量の場合は積分形にすることができ、

$P(H_i|D) = \{P(H_i) \times P(D|H_i)\} / \int \{P(H) \times P(D|H)\}$ …⑥

のように書ける。この場合 Hi は連続量なので、事前確率 P(Hi)から事後確率 $P(H_i|D)$への変換は、事前の確率分布から事後の確率分布に変更される過程を示すことになる。しかしここではわかりやすさのために、⑤のΣの式を使って話を進める。

今、標本のサイズが 1~10 の 10 階級に分かれているとして、平均サイズの 95%信用区間を求めることを考える。この場合、仮説 H_i とは、平均値がサイズクラス i にあることで、$P(H_i)$ はそうなる事前確率を意味する。D はデータ、つまり標本群からサンプルを１つ取り出したときの値を表わし、$P(D|H_i)$ は、サイズ平均が i であるとき、その D が得られる確率（尤度）である。事前確率は、全く情報がない場合は、サイズクラス 1~10 まで一様に分布すると仮定する（実際にはサイズ平均は正規分布に近いと考えられるので、そうすることのほうが多いだろう)。尤度についてはパラメータ（この場合は平均サイズ）に応じた分布ないし関数（尤度関数）を仮定し、それにサンプル値を代入して求めることができる。

そこでまず１回目のサンプルを標本からランダムに取り出し、その値がたとえば 4

だったとする。そこで D を 4 とし、各 i について⑥の分母分子を計算すると、$P(H_1)$～$P(H_{10})$ は、初めの一様値からデータをふまえた別の値（事後分布）$P(H_1|D)$～$P(H_{10}|D)$ に変換される（図２）。

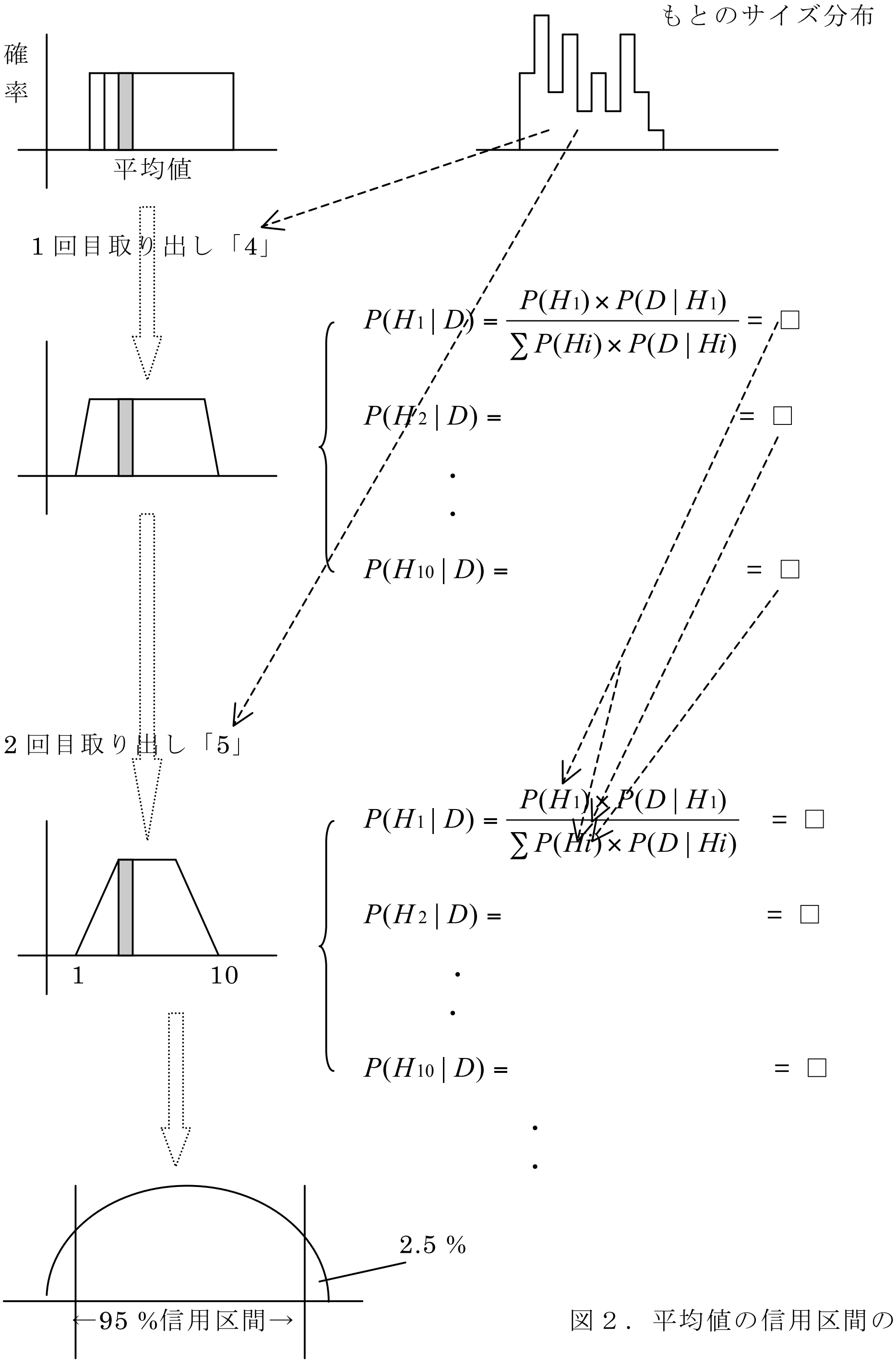

図２．平均値の信用区間の求め方

そして次のサンプルを取り出し、これがたとえば5だったとすると、先に変更された分布に対して再び同様の計算が行われ、さらに事後分布が変更される。これを多数回くり返すと、データが十分あれば分布は一定の形に収斂し、平均サイズの頻度分布が描かれる。ここで分布の両端からそれぞれ2.5%の面積を切り取るように線を引くと、その2つの線の間が、平均値の95%信用区間と呼ばれるものになる。この範囲は、事前分布として無情報の一様分布を用いると、頻度主義で求めた信頼限界と一致する。平均サイズの分布をこの例のように離散的（Σ）でなく連続的（∫）としても、基本的な考え方は同じである。

２．その他の統計手法

その他の方法についても、ベイズの定理とくり返しサンプリングによって同様に実行できる。2集団のサイズ平均の差を評価するなら、平均値差がパラメータになる。そして平均値差として何らかの事前確率分布を仮定し、2つの標本集団から1個体ずつランダムに取る。そのサイズ差をデータとし、くり返しサンプリングによって事後分布を更新する。平衡に達したところで95%信用区間を求め、その中にゼロが含まれていなければ、差は十分大きいと認めることができる。回帰分析であれば、回帰直線の傾きと切片がパラメータになる。これもそれぞれについて事前分布を仮定し、くり返しサンプリングを経て事後分布を確定する。傾きの場合はその95%信用区間にゼロが含まれなければ、回帰は有意味と判定される。

分散分析については、やや異なるパターンの検定になる。いくつかの標本群間の平均値差を評価する場合、「各群は別々の平均値を持つ」「各群は同じ平均値を持つ」という2つのモデルを考え、それぞれ標本群からのランダムサンプリングとベイズ規則への投入を行って、分布を平衡させる。それと元の標本分布との適合度をAICなどの情報指数を使って調べ、一致度の高い方のモデルを採用する。AICは赤池の情報量基準と呼ばれ、モデルの評価に対して幅広く使われている。その構成式は、「モデルと実分布の差」+「モデルを構成するのに必要なパラメータの数（正規分布なら平均と分散の2つ）」の形をとり、標本分布とのズレが少ないほど、また使用するパラメータが少ないほど小さい値をとる、つまりよいモデルと評価される。ズレだけでなく、パラメータを加えているところにこの指数の特徴があり、これは「単純なモデルほどよい」という思想を背景としている。

モデル比較に対しては、オッズ比という指標を用いることもある。モデルＡとモデルＢがあるとして、

事前オッズ比＝H_B事前確率／H_A事前確率

データ投入後の

事後オッズ比＝H_B事後確率／H_A事後確率

とし、次のベイズファクターと呼ばれる指数

事後オッズ比／事前オッズ比

を計算して、この値が大きいほどモデルＢが（小さいほどモデルＡが）確からしいと判定する。つまり事前の「Ａの確からしさに対するＢの確からしさ」が、データを加

えることで事後に増大したなら、データをふまえてＢの方がより確からしい、と判断するわけである。

パス解析についても、ベイズ型の分析がありうる（ベイジアンネットワーク）。頻度主義のパス解析でのパス係数は、代表的には重回帰式の標準偏回帰係数だが、ベイズ法ではこれが条件付き確率に置きかわる。たとえば 1 節で例とした、ヒバリガイモドキに対するアクキガイ科の捕食では、ヒバリガイモドキに対してイボニシとシマレイシダマシから二つの矢印が引かれている格好になるが、このときイボニシからの矢印に 0.36、シマレイシダマシにには 0.64 の数値が与えられる。ベイジアンネットワークでは、こうした場合に重回帰モデルにおいて深刻な説明要因間の連関（多重共線性）の影響を、理論的にもまた経験的にも受けにくいとされている（鈴木・国友 1999, 宮谷 2009）。

ベイズ統計では、確率分布に対する積分計算が頻繁に必要になる。たとえば式⑥の右辺分母は積分形だし、事後分布の 95%信用区間を求めるのにも、積分が使われる。しかしこれらの積分は通常、解析的に求めることができない。そこで使われるのが、MCMC（マルコフ連鎖・モンテカルロ）と呼ばれる数値計算である。もともとマルコフ連鎖とは、因果連鎖において、それまでの累積的な効果がひっくるめて直前の情報に集約されるような関係をいう。たとえば、1 節の最後の、2 つの箱から玉をくり返し取り出して、どちらの箱かを当てる例では、くり返しサンプリングの結果は、すべて直前の回の情報に含まれている。これは定義上、マルコフ連鎖である。しかしベイズ統計におけるマルコフ連鎖は、もっと技術的に、積分の計算に必要な乱数を、効率的に発生させる一つの装置として使われる（中妻 2007）。一方、モンテカルロ法は、そのようにして得られた乱数を使って、パラメータの極限値を数値解析的に求める方法である。面積の場合なら、分布形の横軸の各値（乱数により決定）に対して高さを求め、これを無限に近くくり返して和を求めれば、面積が求まることになる。

こうして見てくると、ベイズ統計というのは、パターンが多様で、オッズ比、情報指数や MCMC など使用する概念も幅広く、ひとことで言って雑多な感じがする。目的によってそのつどさまざまな考え方をしなければならないので、理解するのは大変である。ただしベイズの定理にデータを取り入れて、事前確率を事後確率に更新するという手続きは共通している。

$$\text{事前確率} \xrightarrow{\text{（ベイズの定理）}} \text{事後確率}$$

↑

データ

逆にいえばこれしか共通性がない。このパターンを使用する統計を、すべてベイズ統計と言っているわけである。

頻度主義 vs. ベイズ統計

１．頻度主義統計への批判

以上、ベイズ統計の具体的方法を見てきたが、Fisher 以来頻度主義の統計が整備され、使用されてきているのに、なぜベイズ法で代替する必要があるのだろうか。簡単にいえばそれは、頻度主義統計や、それにもとづく帰無仮説有意性検定（H_0-P 型検定）に対する批判があるからである。この点については、いろいろなテキスト、論文で紹介されているが、それらを総合して私が重要と感じた論点は、以下の 4 つに整理される。

i）論法の複雑さ

頻度主義では、たとえば 2 つの標本集団のサイズの平均値が互いに異なるかどうかを調べるために、それらが由来する 2 つの母集団を想定し、その母集団の平均サイズが同じであるという帰無仮説（H_0）を設定する。そして実際に測定された標本平均の差が、H_0 の下での平均値差分布の端（通常 2.5%）に位置するならば、その差を有意とし、H_0 を棄却して差ありと結論する。つまり「2 つの標本集団の平均値差は、それらが同じ母集団に属して偶然そうなるとすると、20 回に 1 回しか起こらないほどまれ（$P<0.05$）なほど大きい」ということである。これを巧妙と言った人もあるが、むしろ屈折していてわかりにくい、というのが素直な表現だろう。

ii）結論が不完全

次に、H_0-P 型検定の結論の不完全さである。有意差が出れば、「差がある」ということを（危険率つきで）示すことができるが、有意差が出ないと、「差があるとはいえない」となり、つまりは何も言えないに等しい。多大な労力を費やして行った研究の結果がこれでは残念というしかなく、その結果、「有意差なし＝差がない」という、誤った解釈が横行する。一定の危険率つきで、「差がない」と言うためには、検出力分析（power analysis）が必要である。これについては以前に論じた（大垣 2005）のでここで詳しくは述べないが、問題は検出力分析の要素となる effect size（ES）である。ES は、「差があるとするならこの程度のはずだという、その値」ということだが、そのように母集団の状態がわかっているなら、初めから検定する必要はない。「power analysis は空虚な知的ゲーム」（Johnson1999）といわれるゆえんである。そしておそらくはこの ES のいかがわしさから、実際の生態学の研究では、検出力分析はほとんど行われていない。

iii）母集団をめぐる循環論

頻度主義では必ず、標本がそこから引き出されてくる母集団を想定する。しかし通常、我々はそれを見ることができない（だからこそ統計的推定が意味をもつ）。しかし H_0-P 型検定では、この不可知の母集団の情報が必要になる。代表的なのは分散である。平均値の比較では、母集団の分散が相等でないと検定手続きに支障をきたす。そこで標本分散から推測するが、それが母集団と等しいという保証はなく、結局標本の情報をもとに、標本の検定をしていることになる。わからないはずの母集団の情報が検定の前提になるというこの矛盾は、この他にもＵ検定などノンパラメトリクス検定における「分布形相等」の条件、また上に述べた power analysis での ES の推定

など、頻度主義統計のあちこちに顔をのぞかせる。松原（2008）は、回帰係数の有意性検定に必要とされる分散の推定は循環論であると批判している。つまり頻度主義、なかんずくパラメトリクス統計は理論的に不完全な体系であり、実用上の理由からあえてそれを無視して使っているにすぎない。

iv）無意味な帰無仮説

四番目として、私はこれはかなり決定的だと思うのだが、帰無仮説の無意味さということがある（Johnson 1999)。「帰無仮説として、平均値に差がないことを仮定し」というが、よく考えてみるとこれはおかしい。たとえば 2 地点のある種の平均サイズが全く等しいなどということはあるはずがなく、だとすれば標本数を増やして行けば必ずどこかで有意差が出る理屈になる。つまり「有意差なし」は、単に標本数が少ないことを意味するにすぎない。生態学の論文には、この種の無意味な帰無仮説が充満している。

これまで生態学の研究者は、「不完全な結論」を補うべく power analysis を実行しては無意味だと批判され、「母集団をめぐる循環論」を避けるために'distribution free'（母集団分布不依存）といわれるノンパラメトリクス統計を使えば「ノンパラも母集団の分布形に制限がある」と言われ（Johnson 1995)、いわば悪あがきをしては逃げ道をふさがれて途方にくれてきた。それは頻度主義統計の論理構造そのものに由来している。

しかし頻度主義統計にも評価すべき点はある。たとえば 2 つの集団の個体群のサイズの差と、A 地域と B 地域の群集組成の差などという、全く異なるジャンルの差を、有意水準という客観的基準で統一的に判断できることは、頻度主義統計に備わる重要な強みである。母集団をめぐる問題については、母集団の状態を不問とし、データ次元の客観化に限定するという行き方も考えられる。それは $P<0.05$ という結果を、標本数と集団間の差を一定の手続きで考慮に入れた、記述統計的指標と割り切るということである（大垣 2000)。こういうことが理論的に妥当なのかどうかよくわからないが、頻度主義統計にもこういう用法は含まれている。たとえば分散分析における「等分散性」の検定では、分散に有意差がないことを確認してから先に進む。しかし有意差がないということは、差があるとは言えないということであって、同じとみなしてよいことを意味しない。つまり、推測統計本来の意味からは、このような作業は気休めにしかすぎない。それでもこの分散検定をするのは、有意差が出ない程度の差ならば、本検定に大きな影響を及ぼさないという、一種の目安として使っているのであろう。だとすれば、これは記述統計そのものである。つまり推測統計は、その本体内部において、H_0-P 型の記述統計的使用を認めていることになる。

２．ベイズ統計の問題点

一方、ベイズ統計のメリット、デメリットはどうか。ベイズ統計はその理論的構造から、上に示したような頻度主義の問題には縁がないが、別の面での問題が指摘されている。主なものとして、条件付き確率のわかりにくさと、主観的確率を導入することへの違和感、の二つがある。

i）条件付き確率の問題

ベイズ統計の基礎となる条件付き確率の概念を直観的に把握することは難しく、理解するにはどうしても数式に頼るか、何らかのたとえを持ち出すしかない。一つの例として、有名な「モンティ・ホール問題」をあげる。

被験者の前に 4 枚のドアがあり、そのうち 1 つのドアのうしろに賞品が置いてある（図３）。それを獲得するため、まず被験者が 1 つのドア（A）を選ぶ（まだ開けない）。そのあと、どのドアのうしろに賞品があるかを知っている試験者が、残り 3 枚のドアの 1 つ（B）を開け、そこに賞品がないことを示す。そのあとで被験者に対し、「あなたの選択をもとのままにしておいてもよいが、残った 2 枚のうちどちらかに変えてもよい」と告げる。被験者はドアを変えたほうが有利かどうか。人間の直観は、「残ったドアの背後に商品がある確率はそれぞれ 1/3 だから、変えても変えなくても同じ」ということだろう。しかし実際には、変えたほうが有利である。

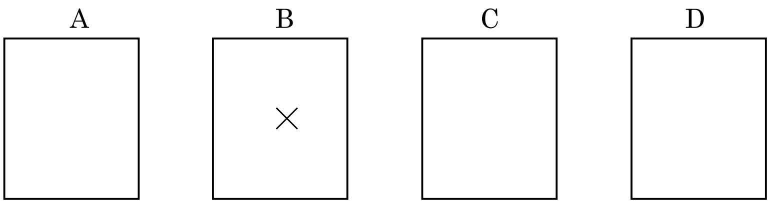

図３．モンティ・ホール問題

これは条件付き確率を使って解くことができる。被験者がＡを選んだ時点で、このドアが当たりの確率は 1/4 である。そのあと試験者がＢを開けてはずれを示した段階で、C のうしろに賞品がある確率は、ベイズの定理（式⑥）により、

Ｂハズレとわかった時点でのＣ当りの確率

＝Ｃ当りの確率／(Ａ当りの確率＋Ｃ当りの確率＋Ｄ当りの確率)

$= 3/4 \times 1/3 \,/\, (1/4 \times 1/3 + 3/4 \times 1/3 + 3/4 \times 1/3) = 3/7$

Ｄも同様に 3/7 である。一方Ａについては、

Ｂハズレとわかった時点でのＡ当りの確率

＝Ａ当りの確率／(Ａ当りの確率＋Ｃ当りの確率＋Ｄ当りの確率)

$= 1/4 \times 1/3 \,/\, (1/4 \times 1/3 + 3/4 \times 1/3 + 3/4 \times 1/3) = 1/7$

比喩的に言いかえると、はじめの時点でＢ~Ｄに 3/4 配分されていた確率が、Ｂを開けてハズレの試行の後で、Ｃ,Ｄに凝縮され、Ｃ,Ｄの当りの確率が高まったということになる。結局ドアを変更することにより、被験者の当りの確率は 1/4→3/7 へと約 1.7 倍増える。

これでわかりにくい場合は、ドアが 100 枚（$X_1, X_2, \cdots X_{100}$）くらいある状態を想定し、被験者が X_1 を選んだあとで、試験者が $X_2, \cdots X_{99}$ のドアを片っ端から開けて賞品がないことを示し、残った X_{100} に変えたいかどうかを被験者に聞く、というパターンを考えてみるとよいかもしれない。いずれにしろこの種の試行を多数回くり返すと、

計算で得られた通りの確率でドアの後ろに賞品が現れることが実験的に確かめられている。このように人間が条件付き確率を直観的に理解することが困難なのは、人が進化する過程で、こうしたパターンの推理を必要としなかったからという見方がある（板倉 2008）。ベイズ統計は条件付き確率を基礎として成り立っているので、当然その論理は直観的につかみにくく、理解しにくいものになる。

ii）主観確率の導入

第二に、ベイズ統計が事前確率として主観のくみこみを容認することへの批判があるが、その背景に確率の客観説と主観説の対立がある。客観説によれば、確率は「試行を多数回くり返したときに、ある事象が起こる割合の極限値」であり、これは我々になじみの考え方である。「サイコロを投げて 1 の目が出る確率は 1/6」などがこれに当る。これに対して主観説での確率は、「ある事象に対して個人が抱く信念の度合い」である。一見つかみ所がないが、この主観確率は、客観確率同様、確率の公理（A と B が背反なら $P(A \cup B)=P(A) + P(B)$など）を満たし、またこれをもとに独自の確率論の体系を構築することができるとされている。頻度主義は、母集団からの無限サンプリングによってパラメータ分布を構成するので客観説であり、ベイズ統計は事前確率として主観確率を利用するので主観説に基く。確率の客観説からは、主観確率のあいまいさに対する批判がある。これに対するベイズ側からの反論は、先に見たように、初めは主観から出発しても、十分なデータがあればそれを取り入れて統一した結論に至るという点で、客観性は担保されているというものである。また、客観性を標榜する頻度主義においても、出発点はともかく結論の評価には主観がからむ。たとえば、結果は有意でなかったがそれはサンプル数が少なかったからだろう、とか、社会的な影響が考えられる場合は危険率を 0.05 でなく 0.10 にして判断する、などのこともある。要するに頻度主義も主観を用いており、それを初めにもってくるかあとにするかの違いにすぎない。一方、主観説からは、客観確率では「Aが犯人である確率」や、「火星に生命が存在する確率」のような、頻度を前提としない確率、1 回限りの事象の確率が定義できず、数学、科学の視野を狭めるという難点が指摘されている。

ベイズ主義

１．頻度主義統計とベイズ統計の思想的背景

頻度主義とベイズ統計の対立の背景には、確率の定義以外に、反証と確証、演繹と帰納という、科学哲学における歴史的な対立があるように見える。反証とは、「仮説はそれが正しいことを証明することはできず、誤りであることをのみ示しうる」という立場。確証は「仮説は、それに合致する事実を示すことによりその信頼度を高めることができる」という考え方（正当化主義ともいう）で、反証に対立する。演繹は、何らかの命題、公理を論理的に延長するプロセス。いくつかの基本公理から、三平方の定理までをも証明するユークリッド幾何学はその典型である。帰納は得られた事実から一般的な命題、仮説を証明しようとする立場で、演繹とは相容れない。反証は、

仮説演繹法（仮説から演繹した命題を反証することで、その仮説の信頼性をテストする方法）を通じて演繹と結びつき、のちに述べるように確証は帰納と整合性がある。

頻度主義統計の帰無仮説有意性検定（H_0-P 型）の根拠が反証主義であるというのは次のような意味である（Underwood 1990）。反証主義は、事実が仮説に合致しないときにその仮説が否定される、というプロセスしか認めないため、仮説の正しさをストレートに示す、ということをしない。その結果、仮説に背反な別の仮説を帰無仮説として導入し、それを反証することで、本仮説の正しさを示そうとする。前節で H_0-P 型への批判点として挙げた「回りくどく、わかりにくい」という性格には、このような背景がある。一方ベイズ統計は、帰無仮説を用いることなく本仮説の正しさ、信頼度を直接検証する。その場合、得られたデータが仮説に合致すれば仮説の事後確率が上昇するという意味においてこれは確証であり、そのようにして事実の積み重ねから一般則を導くプロセスは、帰納そのものといえる。

２．ベイズ主義

「頻度主義 vs.ベイズ統計」のところで見たように、この両者にはそれぞれ利点も問題点もあるが、それだけならば統計検定の手法としてどちらを取るかという、いわば技術的な問題と考えることができる。しかしベイズの定理を、「はじめは主観的な仮説であっても、事実と合致する経験を経て、それはより確からしいものとなる」という信念なり方針を正当化するものと受け取ったとき、単なる統計学の一手法というレベルを越えて、ベイズ法はある種の哲学的傾向を示すようになる。科学哲学のテキストではっきり確認したわけではないが、私には上に述べた反証－演繹の線上に頻度主義が、確証－帰納の流れの中にベイズ主義があることは明らに思われる。つまりベイズ主義を支持すれば、反証－演繹と確証－帰納の歴史的対立に巻き込まれざるを得ない。

反証－演繹の立場から、確証－帰納を強く批判したのはポパーである（ポパー1971, 1972, 原著 1934）。その第一の論点は、仮説に合致する事実をいくら積み重ねても、仮説の正しさを示したことにはならない、つまり示された事実と一般命題である仮説の間には論理的断絶がある、ということである。「100 羽のカラスが黒かったとしても、101 羽目も黒いとは限らない」という、有名なテーゼがある。論点の第二は、確率の客観説の立場から、仮説に確からしさを想定することへの批判である。ポパーの確率論はわかりにくいが、仮説の確率はゼロであると述べている。事前確率がゼロなら、いくらデータを加えてベイズ規則の適用をくり返しても、事後確率は常にゼロとなり、仮説の信頼度は増すことがない（Oksanen 2001）。

しかし一方、反証主義に対しても強い批判がある。これまで言われてきたものをまとめると、次の３つくらいになるようだ。第一に、科学は反証によって進歩してきたのではないし（クーン 1971）、また方法論は多様であるべきで、反証しか認めないならば科学の進歩が妨げられる（ファイヤアーベント 1981）。第二に、反証という手続きは事実上不可能である。仮説は単独で存在していることは稀で、通常その周囲に多くの補助的な仮説をまとっている。だから仮説に反する事実が出てきても、本仮説が

まちがっているのか、補助仮説の一つがまちがっているのか判断できない。反証された理論もその補助仮説を修正することで乗り切ることができてしまうので、事実上反証は成り立たない(デュエム・クワインテーゼ, 小林 1996)。たとえばスモン病の 100 人の患者がキノホルムを服用していたことをもとに、病気の原因がキノホルムである、という仮説を立てる。このとき 101 人目に服用していない患者が現れたならスモンのキノホルム説が否定されるかというと、普通はそうならない。別の要因でもスモン様の症状が出るかもしれないし、検査における誤差もありうる。逆にいえば、そういう「補助仮説」をいろいろ持ち出せば、本仮説を防衛できてしまうということである。第三に、科学者を含めた人間の認識、思考において、論理や演繹は限られた役割しか果たしていない。多くの知的活動は帰納的、確率的に行われており、科学も人間が行う活動である以上、演繹のみで成り立たせることには根本的に無理がある(Oaksford & Chater 2007)。こうした批判の結果、ポパーが主張したような形での「素朴な反証主義」は、今ではほとんど支持を失うに至った(ラカトシュ 1978)。

私もまた、科学の研究を含めた人間の日常生活が、演繹だけでやっていけるとは思えない。ポパーは帰納批判の一つの例として昼夜の交代を取り上げ、これまで何億回それがくり返されてきたとしても、明日また日が昇るとは限らないと述べる。そしてその例として、北極圏を訪れた旅人の例を挙げている(ポパー1978)。しかしそのポパー自身、本当に明日日が昇らないかもしれないと思いながら生活していただろうか。それでは 1 週間のスケジュールすら立てることはできないだろう。他者の活動にある規準を強いながら、自らはそれと別の規準で行動する。これをダブルスタンダードと言うのではないか。哲学者は物事を突きつめて考えるところにその特徴も存在意義もあるが、その結論を、科学を含めた人間活動に直接適用するのは危険である。

生態学において、単なる統計手法以上の思想的意味合いのもとにベイズ法が言及された例として、実験計画法におけるいわゆる pseudoreplication の問題がある(Hurlbert 1984)。生態学の調査や実験では、レプリケートを取ることが常識になっている。その結果、大スケールなど、それを実現しにくいテーマが避けられ、厳密な計画を立てやすい、狭い範囲で行われる操作実験などに置きかわる傾向も見られるようになってきた。これに対して Oksanen(2001)は、レプリケートのない 1 ヵ所だけの研究であっても、同様の研究例を積み重ねて評価する(メタアナリシス)ことにより結論の信頼度は高まると論じ、その主張の根拠としてベイズ主義をあげた。従来のやり方では、一つの研究で論理を完結しようとするため、計画は厳密かつ複雑の度を強め、どこかに穴があれば全体が瓦解する。ベイズ主義に基くメタアナリシスの発想は、このような窮屈な事態に対する救いであり、大スケールをはじめ、これまで扱いにくかった分野で研究を促進するかもしれない。こうした面でのベイズ法の利用は生態学においてまだ稀だが、全体的な研究方針にかかわるだけに、一般化すれば影響は大きいといえそうである。

すでに 10 年以上前、Ecology 誌上のベイズ法の特集の中で、Dennis(1996)は、ベイズ法は単なる頻度主義統計の代替手法に止まらず、生態学や、科学の方法論すら変える重大な意味を持つと述べている。ベイズ法は頻度主義とは思想的に両立しない

ため、今後論文の受理、不受理などをめぐって多くの混乱が引き起こされかねないとして、その採用に否定的である。統計学の分野では、頻度主義者とベイズ主義者は、お互いに話もできないほど険悪な関係にあるというから、おそらくそういうこともふまえての危惧なのだろう。しかし、混乱するから新しいものは出てきてはならないというのは、不可解な論法である。科学の進歩というのはそういうものではないだろう。ファイヤアーベント（1981）の“anything goes”ではないが、私としてはいろいろな価値観が出てきて、生態学の方法論が多様化することを歓迎したい。

引用文献

Crome FHJ, Thomas MR, Moore LA（1996）A novel Bayesian approach to assessing impacts of rain forest logging. *Ecological Applications*, 6, 1104–1123
Dennis B（1996）Discussion: should ecologists become Bayesians. *Ecological Applications*, 6, 1095–1103
ファイヤアーベント（1981）方法への挑戦．新曜社
Golicher DJ, O'Hara RB, Ruiz-Montoya L, Cayuela L（2006）Lifting a veil on diversity: a Bayesian approach to fitting relative abundance models. *Ecological Applications*, 16, 202–212
Hammond TR & Ellis JR（2002）A meta-assessment for elasmobranchs based on dietary data and Bayesian networks. *Ecological Indicators*, 1, 197–211
Hurlbert S H (1984) Pseudoreplication and the design of ecological field experiments. *Ecological Monographs*, 54, 187–211
板倉龍（2008）人はなぜ確率に弱いのか. Newton, 2008 年 4 月号, 84–89
Johnson DH (1995) Statistical sirens: the allure of nonparametrics. *Ecology*, 76, 1998–2000
Johnson DH（1999）The insignificance of statistical significance testing. *Journal of Wildlife Management*, 63, 763–772
小林道夫（1996）科学哲学．産業図書
クーン TS（1971）科学革命の構造．中山茂訳．みすず書房
松原望（2008）入門ベイズ統計．東京図書
McCarthy MA（2009）生態学のためのベイズ法．野間口眞太郎訳．共立出版
宮谷隆（2009）ベイズな予測．リックテレコム
中妻照雄（2007）入門ベイズ統計学．朝倉書店
根井正利・クマーS（2006）分子進化と分子系統学．培風館
Oaksford M & Chater N（2007）Bayesian rationality. Oxford University Press
大垣俊一（2000）Parametrics と nonparametrics. *Argonauta*, 3, 19–29
大垣俊一（2005）Type II error と power analysis. *Argonauta*, 11, 3–16
Oksanen L（2001）Logic of experiments in ecology: is pseudoreplication a pseudoissue? *Oikos*, 94, 27–38

ポパー K（1971, 1972）科学的発見の論理．大内義一・森博訳．恒星社厚生閣
ポパー K（1978）果てしなき探求－知的自伝．岩波現代選書
Sanmartin I, Mark P, Ronquist F (2008) Inferring dispersal: a Bayesian approach to phylogeny-based island biogeography, with special reference to the Canary Islands. *Journal of Biogeography*, 35, 428–449
鈴木雪夫・国友直人（編）（1999）ベイズ統計学とその応用．東京大学出版会
ラカトシュ I（1978）方法の擁護．村上陽一郎ほか訳．新曜社
Underwood AJ（1990）Experiments in ecology and management: their logics, functions and interpretations. *Australian Journal of Ecology*, 15, 365–389
渡辺洋（1999）ベイズ統計学入門．福村出版